المركز الجامعي مغنية
University Centre of Maghnia

مكتبة معهد العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.
المركز الجامعي مغنية

سنة أولى جذع مشترك

دروس في مقياس

الإحصاء 2

الصفحة الرسمية

www.facebook.com/Biblio.Ins.Eco/

التحليل التوافقي:

① أصلي المجموعة: لتكن Ω مجموعة منتهية و n عدد عناصر المجموعة Ω ، يسمى العدد n أصلي المجموعة و نرمز بالرمز.

$$Card(\Omega) = n$$

مثال: لدينا المجموعة Ω ، حيث: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

n عدد عناصرها. $n = 5$

ومنه ، $Card(\Omega) = 5$

حالة خاصة:

أصلي مجموعة خالية هو 0 ، $Card(\emptyset) = 0$

② أصلي اتحاد مجموعتين:

$$Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$$

حالة خاصة:

إذا كان: $A \cap B = \emptyset$ فإن: $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B)$

③ أصلي متممة مجموعة:

A : مجموعة أصلية ، $\bar{A}$: مجموعة متممة

لدينا: $\Omega = \{a, b, c, d\}$ ، n : عدد عناصر Ω

$A = \{a, b\}$ ، $\bar{A} = \{c, d\}$

$$Card(A \cap \bar{A}) = 0$$

$$Card(A \cup \bar{A}) = Card(\Omega) = n$$

① القائمة :

- وجود تكرار (سحب بالإرجاع)
- الترتيب مهم

n^p

n : عدد عناصر المجموعة

p : عدد عناصر القائمة

② الترتيبة :

- عدم وجود تكرار
- الترتيب مهم

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

③ التبديلة :

- وجود تكرار
- الترتيب مهم

$$A_n^n = P_n = n!$$

④ التوفيقة :

أ/ توفيقة بدون تكرار :

- عدم وجود تكرار
- ترتيب غير مهم

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

ب/ توفيقة مع تكرار :

- وجود تكرار
- ترتيب غير مهم

$$K_n^p = C_{n+p-1}^{n-1} = \frac{(n+p-1)!}{(n-1)! \times p!}$$

$\forall n \in p \in \mathbb{N}$

بعض خواص التوفيقة :

$C_n^0 = 1$ ، $C_n^n = 1$ ، $C_n^p = C_p^{n-p}$ مثال $C_{10}^3 = C_{10}^{10-3} = C_{10}^7$

الاحتمالات :

① الحدث : هو عبارة عن مجموعة جزئية (A) من الفراغ الفضائي الاحتمالي Ω

ونكتب : $A \subset \Omega$

② الحدث الأكيد : A حدث أكيد إذا كانت نتيجة التجربة حتماً ستكون من Ω . $A = \Omega$

③ الحدث المستحيل : A حدث مستحيل إذا كانت نتيجة التجربة حتمالن تكون من Ω . $A = \phi$

④ إتحاد حدثين $(A \cup B)$: إذا كان A و B حدثين من Ω فإن $A \cup B$ تتحقق إذا تحقق A أو تحقق B أو تحققا الحدثين معاً

⑤ تقاطع حدثين $(A \cap B)$: A و B حدثين فإن $A \cap B$ يتحقق إذا وفقط إذا تحقق A و B معاً .

⑥ الحدثان المتنافيان (المستقلان) : A و B متنافيان أي لا يتحققان في آن واحد $A \cap B = \phi$

⑦ الحدثان المستقلان : A و B حدثان مستقلان أي أن وقوع أحدهما لا يؤثر في الآخر

⑧ الحدث المتمم : هناك شرطين : $A \cup \bar{A} = \Omega$ *

$A \cap \bar{A} = \phi$ *

⑨ فرق حدثين : $A - B = A \cap \bar{B}$

• حساب الاحتمالات :

$$\frac{\text{الحالات الملائمة للحادثة } A}{\text{الحالات الكلية}} = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$$

① إحتمال الحدث الأكيد :

$$P(\Omega) = \frac{Card(\Omega)}{Card(\Omega)} = 1 \Rightarrow P(\Omega) = 1$$

② إحتمال الحدث المستحيل :

$$P(\phi) = \frac{P(\phi)}{P(\Omega)} = 0 \Rightarrow P(\phi) = 0$$

③ إحتمال الحدث المتمم : الحدث $\bar{A}$ بالنسبة لـ Ω

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

④ إحتمال تقاطع حدثين :

$$P(A \cap B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)}$$

حالة خاصة :

① إذا كان A و B حدثان متنافيان فإن :

$$P(A \cap B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)} = \frac{0}{Card(\Omega)} = 0$$

② - إذا كان A و B حدثان مستقلان فإن:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

③ احتمال إتحاد حدثين:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حالة خاصة:

④ - إذا كان A و B حدثان متنافيان فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

⑤ - إذا كان A و B حدثان مستقلان فإن.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

⑥ احتمال إتحاد متممتين:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

⑦ احتمال إتحاد ثلاث أحداث: إذا كان A و B و C ثلاث أحداث كيفية فإن:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - \left(P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C)\right) + P(A \cap B \cap C)$$

الاحتمالات الشرطية:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

خواص:

1- إذا كان A و B حدثان مستقلان فإن:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

2- إذا كان A و B حدثان متنافيان فإن:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

3- إذا كان A و B حدثان متتامان فإن:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

4- إذا كان A و $\bar{B}$ حدثان متتامان فإن:

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$$

قانون الاحتمال الكلي:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i) \cdot P(A/B)$$

- إذا كان الحدث A ناتج عن إتحاد أحداث:
$A_1, A_2, \ldots, A_n$ وكانت هذه الأحداث متنافية فإن:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

المتغير العشوائي المتقطع:

- يأخذ قيم غير كسرية، لا توجد فواصل بين القيم.
- إذا كان x متغير عشوائي متقطع ويأخذ قيما تصاعدية، $x_1, x_2, \ldots, x_n$ فإن إحتمال كل قيمة من هذه القيم يكتب على الشكل:

$$P(x = x_k) = f(x_k)$$

① تابع التوزيع الإحتمالي:

- إذا تحققت الشرطين الآتيين معا:

$$\begin{cases} 0 \le P(x = x_i) \le 1 \\ \sum P(x = x_i) = 1 \end{cases}$$

- إذا كان x متغير عشوائي متقطع فإن إحتمال أن يأخذ هذا المتغير قيمة محصورة بين a و b حيث $b > a$

$$P(a < x \le b) = F(b) - F(a)$$

② التوقع الرياضي:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f(x_i)$$

$$E(x) = x_1 f(x_1) + \cdots + x_n \cdot f(x_n)$$

$$E(x) = x_1 \cdot P(x = x_1) + x_2 \cdot P(x = x_2) + \cdots + x_n P(x = x_n)$$

③ التباين:

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

④ الانحراف المعياري:

$$\delta(x) = \sqrt{V(x)}$$

⑤ خواص:

- $E(a) = a$
- $E(ax) = E(a) \cdot E(x) = a \cdot E(x)$
- $E(E(x))$ = توقع التوقع الرياضي
  $E(E(x)) = E(x)$

- $E(x \pm y) = E(x) \pm E(y)$
- $E(x \cdot y) = E(x) \cdot E(y)$
- $E(x)^n \neq [E(x)]^n$
- $V(ax) = a^2 V(x)$
- $V(x \pm y) = V(x) \pm V(y)$

المتغير العشوائي المستمر:

(9)

- يأخذ قيم بشكل مستمر و بدون انقطاع على مجال معين. مثل الوزن، الحجم، الزمان، الطول ... إلخ

① دالة الكثافة الإحتمالية:

تحقق شرطان:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 & (\text{دوما موجبة}) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 & (\text{مجموع الإحتمالات}) \end{cases}$$

تعطى على الشكل:

$$f(x) = \begin{cases} f(x), & x \in [a, b] \\ 0 & \text{ماعدا ذلك} \end{cases}$$

- لحساب إحتمال أن يقع x بين a و b حيث $a<b$.

$$f(a<x<b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

② تابع الإحتمالات:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x)\,dx$$

③ التوقع الرياضي:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$$

④ التباين:

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

- يستعمل في تلك الظواهر التي تحصل من خلالها على نتيجتين فقط

$$P(X=x) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

ونكتب $X \xrightarrow{\text{يتبع}} B(n,p)$

$$E(X) = n \cdot p$$

$$V(X) = n \cdot p \cdot q$$

2/2 Poisson :

- يستعمل عندما نلاحظ أن تطبيق التوزيع الثنائي يصبح صعباً عندما يكون حجم العينة كبيراً جداً في وقت يكون فيه احتمال نجاح التجربة صغيراً جداً.

$$p \to 0$$

$$n \to +\infty$$

$$P(x=n) = \lambda^{n} \cdot \frac{e^{-n}}{n!}$$

ونكتب

$$x \overset{\text{تتبع}}{\sim} P(\lambda)$$

$$E(x) = \lambda$$

$$V(x) = \lambda$$

التوزيع الطبيعي

- هو من أهم التوزيعات المستمرة وأكثرها استخداماً.

الاحتمالية:

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2}$$

$$X \sim N(\mu, \delta^2)$$

$$X \sim N(\mu, \delta^2)$$

$$T = \frac{x - \mu}{\delta}$$

$$E(x) = \mu$$

$$V(x) = \delta^2$$

السداسي الثاني.

- نظرية الاحتمالات:

أصل المجموعة: نسمي عناصر المجموعة المنتهية، لتكن (A) أصل المجموعة ونرمز لها Card(A)

مثال: لتكن المجموعة التالية:

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

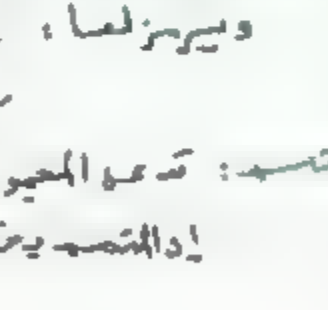
$Card(A) = 7$

الفرق: نسمي عناصر التي تنتمي إلى (A) و لا تنتمي إلى المجموعة (B) وفرق A و B $(A-B)$ أو $(A \setminus B)$

مثال: فضاء العينة والمجموعة الكلية.

$A - B = A \cap \bar{B}$

$B - A = B \cap \bar{A}$



المجموعة الكلية: هي التي تحتوي جميع العناصر ويرمز لها: E: تحتوي على العناصر جميعها.

مثال: في نظرية الاحتمالات [وتدعى بفضاء العينة].

المتمم: تدعى المجموعة $(\bar{A})$ متممة المجموعة (A) إذا المتمم يحقق شرطان:

$A \cup \bar{A} = \Omega$

$A \cap \bar{A} = \emptyset$

- بعض القوانين الخاصة بالمجموعات .

① $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

② $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

③ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

④ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$

⑤ $A - B = A \cap \bar{B}$

⑥ $B - A = B \cap \bar{A}$

⑦ $A \cup \Omega = \Omega$

⑧ $A \cap \Omega = A$

⑨ $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

⑩ $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

قانون دمورغان

التجربة والحدث .

- التجربة العشوائية : هي كل نتيجة تكون نتائجها غير معروفة مسبقا .

- فراغ الحوادث الأولية : هي المجموعة الكلية التي تتكون من جميع النتائج أو جميع المشاهدات الممكنة للتجربة الإحتمالية .

- فضاء الحدث : وهو مجموعة جزئية لفضاء العينة (Ω) أعلاه .

- الحدث البسيط : هو غير قابل للتجزئة ونرمز له بالرمز w

- الحدث المركب : هو الحدث الذي يتكون من عدة أحداث بسيطة .

- الحدث المستقل : هو الحدث الذي لا يتأثر من أي حدث أي مرتبط بالتجربة E ونرمزله بـ ∅

حدث مركب = حدث بسيط + حدث بسيط

- تعريف الاحتمال: يعرف حساب الاحتمال وقوع الحدث (A) بأنه الإمكان النسبي لوقوع ذلك الحدث. ونرمز له P(A)

طرق حسابه:

إذا كان لدينا N تمثل عدد الحالات التي يقع فيها الحدث A و N هو عدد الحالات الممكنة فإن احتمال تحقق الحدث.

$$P(A) = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}} \quad , \quad P(A) = \frac{N}{N}$$

$$P(A) = \frac{\text{(A) لحدث}}{\text{(Ω) لحدث}}$$

- احتمال الشرطي:

ليكن لدينا احتمال الشرطي A و B حيث أن $P(B) > 0$ و $P(A/B)$ هو احتمال وقوع الحدث (A) علما أن الحدث (B) قد وقع فعلا وهو ما يعبر بالاحتمال الشرطي: ويحسب بالعلاقة التالية.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

إذا كان A و B غير مستقلين فإن:

$$P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B)$$

إذا كان A و B مستقلين فإن:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

إذا علمنا - احتمال شرطي.

[أ] - الرفع

[أ] - الوحيد.

خواص:

- من أجل أي حدث A مرتبط بـ E فالاحتمال (A) يحقق دوما المتراجحة: $0 \leq P(A) \leq 1$ ويكون دوما موجبا $P(A) \geq 0$

المتغيرات العشوائية ومميزاتها العددية.

① - المتغير العشوائي المتقطع ومميزاته العددية :

هو المتغير العشوائي الذي يمكن أن يأخذ قيماً صحيحة

لـ تدخل المتغيرات . كأن تقول: عدد السيارات المنتجة .

- نرمز له بالرمز X وله N قيمة ممكنة .

$$X = \{x_1, x_2, x_3 \quad x_n\}$$

x_i هي القيمة الممكنة أو الحدث الممكن.

$i = 1, 2, 3 \ldots N$.

لكل قيمة ممكنة إحتمال معين

$$P_i = P(x_i, X_i)$$

$$P_i = P(x = x_i)$$

② - التوزيع الإحتمالي .

x	x_1	x_2	.....	x_k	$\sum P(x = x_i)$
$P(X = x_i)$	P_1	P_2		P_k	1

ملاحظة: التوزيع الإحتمالي لمتغير عشوائي يكون على شكل جدول ويحقق الشرطين التاليين.

$$\boxed{P_i \geq 0} \quad و \quad \boxed{\sum P(x = x_i) = 1}$$

حالة 2: عدد التباديل لـ N من الأشياء منها N_1 من نوع N_K مختلفة هو:

$$P_N = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \cdots N_K!}$$

مثال: ما هو عدد:

STATISTICS

S = 3
T = 3
A = 1
I = 2
C = 1

$$P_{10} = \frac{10!}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 1!}$$

دائماً الحساب.

حالة 3: إذا كان التكرار مسموحاً به فإن:

$$P_N = (N)^N$$

مثال: عدد الكلمات إذا كان التكرار مسموح.

ALGERIA.

$$P_7 = (7)^7 = 823543.$$

(2). التراتيب:

يقصد بالتراتيب إعداد تبديلات لمجموعة جزئية K عنصر من المجموعة الكلية N عنصر مع أهمية الترتيب إضافة إلى: $N \geq K$ ويمكننا تمييز حالتين:

• ترتيب بدون إرجاع:

$$A_N^K = \frac{N!}{(N-K)!}$$

مثال على ذلك: مثلا بكم طريقة يمكن اختيار 3 طلبة من أصل 20 طالبة. لنبدأ الحوادث.

$$A_{20}^{3} = \frac{20!}{(20-3)!}$$

• تراتيب بالإرجاع:

$$AR_{N}^{k} = (N)^{R}$$

مثال على ذلك: يحتوي صندوق الاقتراع على 20 طالبة لقد تم سحب 3 رقم من بين المجموع ما هو العينات التي يمكن تشكيلها إذا كان السحب بالإعادة.

$$AR_{20}^{3} = (20)^{3}$$

في التوافيق: C_{N}^{k} تمثل عدد الطرق الممكنة لاختيار k عنصر من مجموعة ذات N عنصر بدون أهمية للترتيب وتحسب بالعلاقة التالية.

• في حالة عدم وجود تكرار:

$$C_{N}^{k} = \frac{N!}{k!\,(N-k)!}$$

• في حالة عدم وجود تكرار:

$$C_{(N+k-1)}^{k} = \frac{(N+k-1)!}{k!\cdot(N-1)!}$$

الاحتمال الكلي .

$$P(A) = \sum_{i}^{n} P(B_i) \cdot P(A/B_i)$$

ومنه

$$P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + \dots + P(B_n)P(A/B_n)$$

تمارين الاحتمال .

التحليل التوافقي :

① - التباديل : يهتم بما ترتيب عناصر المجموعة ذات N عنصر بكل الكيفيات الممكنة ويمكننا تحديد الحالات التالية

حالة 1 : عدد التباديل لـ N من الأشياء المختلفة تساوي : N عاملي . $P_N = N!$

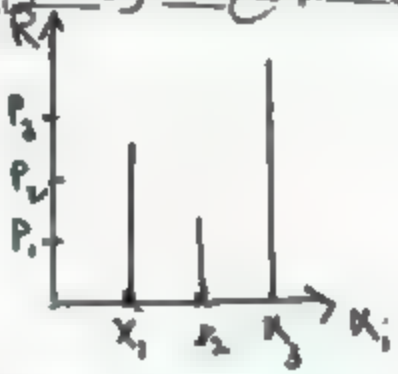
مثال : بكم طريقة يمكن لـ 5 طلبة أن يجلسوا على 5 مقاعد بشكل مستقيم .

$P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$

$\boxed{P_5 = 120}$

حالة 2 : عدد التباديل لـ N من الأشياء المختلفة مرتبة بشكل دائري مساوي إلى $P_N = (N-1)!$

يتم تمثيل المتغير العشوائي المتقطع بيانياً من خلال أعمدة منفصلة حيث طولها يتناسب مع مقدار احتمال P_i.



ب: دالة التوزيع $F(x)$:

هي دالة عددية نرمز لها بـ $F(x)$ و هي معرفة كالتالي.

$$F(x_i) = P(X \leq x_i)$$

إذا كانت لا تأخذ عدد منتظماً من القيم فإن التوزيع $F(x)$ يمكن كتابتها كما يلي.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < x_1 \\ f(x_1) & x_1 < x < x_2 \\ f(x_1) + f(x_2) & x_2 < x < x_3 \\ f(x_1) + f(x_2) \dots + f(x_n) & x(x < x_n) \end{cases}$$

وتمثل دالة التوزيع في الجدول كالتالي.

x	x_1	x_2	x_3
	P_1	P_1+P_2	$P_1+P_2+P_3$

أما التمثيل البياني.

خواص:
- احتمالات تجميعية
- دالة تصاعدية.
- الخبر فيما في الجدول يقابل الاحتمال له.

ج / العزوم :

* العزوم الابتدائية . $M_r(x) = \sum x_i^r P(x=x_i)$

r درجة العزم

* العزوم المركزية :

$$N_r(x) = \sum (x_i - E(x_i))^r P(x=x_i)$$

$$U_r(x) = M_r(x) - [E(x)]^2$$

- المميزات العددية :

① - التوزيع الرياضي $E(x)$ ويعطى بالعلاقة التالية

$$E(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i \; P(x=x_i)$$

$$E(x) = x_1 P(x=x_1) + x_2 P(x=x_2) \ldots x_N P(x=x_N)$$

خواصها .

إذا كان c عدد ثابت .

- $E(c) = c$
- $E(c+x) = c + E(x)$
- $E(cx) = c E(x)$
- $E(E(x)) = E(x)$

خواص التباين

$V(c) = 0$

$V(c+x) = V(x)$

$V(cx) = c^2 V(x)$

التباين .

$$V(x) = M_2(x) - (E(x))^2$$

$M_2(x)$ هي العزم الابتدائي من الدرجة (2) . $M_2(x) = \sum_{i=1}^{N} x^2 (P(x=x_i))$

$\sigma = \sqrt{V(x)}$ تحرف المعيار .

② . المتغير العشوائي المستمر:

يعرف هذا المتغير في مجال ما لا نهاية من القيم الممكنة وتعطى دالة كثافة الاحتمالية كالشكل الآتي.

$$f(x) = \begin{cases} f(x) & x \in [a.b[\\ 0 & x \in [a.b[\end{cases}$$

لكي تكون الدالة $f(x)$ دالة كثافة احتمالية يجب تحقق الشرطين التاليين:

- $\int_a^b f(x)\,dx = 1$
- $f(x) \geq 0$.

دالة التوزيع: تعطى بالعلاقة التالية.

دالة التوزيع هي الدالة الأصلية لـ $f(x)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$$

$$[F(x)] = f(x)$$

المميزات العددية.

- التوقع الرياضي: $E(x)$

$$E(x) = \int x f(x)\,dx$$

- التباين

$$V(x) = \int [x - E(x)]^2 f(x)\,dx$$

$$V(x) = M_2(x) - (E(x))^2$$

$$M_2(x) = \int x^2 \cdot f(x)\,dx$$

الخواص الأساسية في نظرية الاحتمال

قاعدة الجمع في نظرية الإحتمال

- قاعدة الجمع للأحداث المتنافية

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- قاعدة الجمع للأحداث غير المتنافية

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نظرية بايز

$$P(B_i/A) = \frac{P(B_i).P(A/B_i)}{\sum P(B_i).P(A/B_i)}$$

قاعدة الضرب في نظرية الاحتمال

- قاعدة الضرب للأحداث المستقلة

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

- قاعدة الضرب للأحداث المرتبطة (الاحتمال الشرطي)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

و

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

1- في حالة اختيار جزء من الكل:

1-1- إذا كان الترتيب غير مهم: التوفيقات *Les Combinaisons*:

أ- التوفيقة بدون تكرار: $C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

ب- التوفيقة بتكرار: $C_{n+x-1}^x = \frac{(n+x-1)!}{x!(n-1)!}$

1-2- إذا كان الترتيب مهم: التراتيب *Les Arrangements*

أ- الترتيبة بدون تكرار: $A_n^x = \frac{n!}{(n-x)!}$

ب- الترتيبة بتكرار: $A_n^x = n^x$

2- في حالة اختيار كل من الكل: التبديلات *Les Permutations*

أ- التبديلة بدون تكرار: *PSR* $P_n = (n)(n-1)(n-2)\dots\dots(1) = n!$

ب- التبديلة بتكرار: *PAR* $A_n^n = n^n$

ج- التبديلة الدائرية: $P_{(n-1)} = (n-1)!$

د- وجود عناصر غير متميزة داخل المجموعة: $P_n^{n_1,n_2,\dots,n_k} = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots\dots n_k!}$